Universidad popular del cesar
Departamento de matemáticas y estadística
Análisis numérico
Taller 01
Generalidades-raíces en ecuaciones no lineales.

1. Calcule el error absoluto y relativo en las aproximaciones de p mediante p^*., para:
   a. $p = e^{10}$; $p^* = 22000$
   b. $p = 8!$; $p^* = 39900$
   c. $p = 10$.
2. Realice los siguientes cálculos (i) en forma exacta, (ii) mediante una aproximación a cinco cifras y (iii) con una aritmética de redondeo a cinco cifras, (iv) calcule los errores relativos en los incisos (ii) y (iii).
   a. $\left(\frac{2}{7} - \frac{4}{11}\right) + \frac{3}{20}$.
   b. $\left(\frac{4}{3} - \frac{3}{7}\right) - \frac{3}{11}$.
3. Use una aritmética de redondeo a cinco cifras, de truncamiento a cinco cifras para los siguientes cálculos. Calcule el error absoluto y el relativo con el valor exacto determinado a por los menos cinco cifras.
   a. $\frac{\frac{13}{14} - \frac{6}{7}}{2e - 5.4}$
   b. $-10\pi + 6e - \frac{3}{62}$
   c. $\left(\frac{2}{9}\right) \cdot \left(\frac{9}{7}\right)$
   d. $\frac{\pi - \frac{27}{7}}{\frac{1}{17}}$.
4. Aplique Taylor, y aproxime.
   a. $\sqrt[3]{65}$ $polinomio\ de\ grado$ 3 con error menor que una diezmilésima.
   b. $ln\ (1.015\ )$ $polinomio\ de\ grado$ 4.
   c. Encuentre un valor aproximado para $sen(35°)$ utilizando un polinomio de Taylor de grado 3 y estime el error (Mac Laurin).
   d. Encuentre un valor aproximado para $\sqrt{x + 1}$ utilizando un polinomio de Taylor de grado 3, con a=0. Calcule $\sqrt{1{,}2}$; $\sqrt{3{,}2}$ compare con la solución exacta y calcule el error absoluto y relativo.
5. Encuentre en cada caso un polinomio que satisface:
   a. $P(0) = 7,\ P'(0) = 3,\quad P''(0) = 8,\quad P'''(0) = 54$
   b. $P(1) = 1,\ \ P'(1) = 5,\quad P''(1) = 32,\ P'''(1) = 42$
   c. $P(-2) = 2, P'(-2) = 4,\ P''(-2) = 8,\ P'''(-2) = 66$
6. Encuentre un intervalo (graficando con Matlab) la ecuación o función dada. Muestre dos o tres intentos de gráfica, hasta encontrar donde se encuentra o encuentran las raíces de dicha ecuación. (muestre estas graficas o pantallazos), si no encuentra raíz alguna haga algún procedimiento que permita visualizar o encontrar esta.
   a. $f(x) = 5cos\ (4x) + 3$
   b. $f(x)\ = 3\ln(2\ +\ x)\ +\ 2x^3\ - x^2\ -\ 2x\ -\ 20$.
   c. $f(x)\ = -12 - 21x\ +\ 18x^2 - 2{,}75x^3$
   d. $f(x) = e^{2x} + x - 3$
7. Determine las raíces reales de $f(x)\ = -0.5x^2\ +\ 2.5x\ +\ 4.5$:
   a. Gráficamente (Matlab)
   b. Empleando la fórmula cuadrática (aplique Matlab si es posible)
   c. Usando el método de bisección con tres iteraciones para determinar la raíz más grande. Emplee como valores iniciales, el intervalo $[5; 8]$. Calcule el error absoluto y relativo para la última iteración. Desarrolle por lo menos 5 iteraciones.
8. Determine las raíces reales de $f(x)\ =\ 5x^3 - 5x^2\ +\ 6x - 2$:
   a. Gráficamente (Matlab), muestre la o las raíces, determine un intervalo de trabajo para este caso.

b. Utilizando el método de bisección para localizar la raíz REAL que se muestre. Use los valores iniciales del intervalo $[0;1]$ iterando hasta que el error absoluto estimado se encuentre debajo de 10%.

9. Usa el método de bisección para aproximar la raíz de: (calcule en cada caso el número de iteraciones que se requieren aplicando el teorema de convergencia)
   a. $f(x) = e^{-x^3} - 2x + 1$ comenzando en el intervalo $[0{,}75;1]$ y hasta que $|\epsilon_r| < 1\%$. Solución $P = 0{,}8046875$.
   b. $f(x) = \sqrt{x^2+1} - \tan(x)$ comenzando en el intervalo $[0{,}5;1]$ y hasta que $|\epsilon_r| < 1\%$. Solución $P = 0{,}9453125$.
   c. $f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0$ en el intervalo $[3{,}2;4]$ con una tolerancia de 10^{-3}.
10. Use el método de bisección para hallar la raíz de la ecuación $f(x) = e^{-x} - x$.
   a. Gráficamente (Matlab).
   b. Aplicar el teorema de convergencia del método de bisección para obtener una cota del número de iteraciones que se requieren para alcanzar una aproximación con una exactitud de 10^{-4}
   c. Utilizando el método de bisección para localizar la raíz. Use los valores iniciales del intervalo $[0;1]$ iterando hasta que el error de 3 cifras significativas. Calcule el número de iteraciones (desarrolle cuatro de ellas).
11. Aplicar el teorema de convergencia del método de bisección para obtener una cota del número de iteraciones que se requieren para alcanzar una aproximación con una exactitud de 10^{-4} a la solución de $x^3 - \mathrm{x} - 1 = 0$ que se encuentra en el intervalo $[1{,}2]$. Obtenga una aproximación de la raíz con este grado de exactitud, de manera mecánica.

NOTA:
Trabajar en grupo de hasta Dos integrantes. (Cumplimiento a la hora de entregar el trabajo, el próximo lunes 11 de septiembre)

Ejercicios: 2; 3 (a, d); 4 (a); 5 (b); 6 (b, c); 7 (a, b, c); 8; 10.

Hay una fuerza motriz más poderosa que el vapor, la electricidad y la energía atómica. Esa fuerza es la voluntad. (Albert Einstein)

Germán Isaac Sosa Montenegro
Septiembre 07 de 2017.