

DISTRIBUCION MUESTRAL DE MEDIAS.

1. Un fabricante de champú para el cabello distribuye el tamaño profesional de su producto en 100 salones de belleza de Valledupar. Se ha determinado que el consumo promedio de un producto es de 2.800 cojines mensuales, con desviación estándar de 280 cojines. Si se toma una muestra probabilística de 36 salones, ¿Cuál es la probabilidad de que el consumo promedio en un mes sea inferior a 2.700?
2. En un banco de ahorros, la cuenta media es de \$ 159.320 con una desviación estándar de \$ 18.000. ¿Cuál es la probabilidad de que un grupo de 400 cuentas, elegidas al azar, tengan un depósito medio de \$ 160.000 o más?
3. Los salarios diarios en cierta industria están distribuidos normalmente con una media de \$ 13.200. Si el 9% de las medias de los salarios diarios en muestras de 25 obreros, es inferior a \$ 12.500, ¿Cuál es la desviación estándar de los salarios diarios en esta industria?
4. Si los pesos individuales de las personas que viajan en avión se distribuyen normalmente con media de 68 kilos y desviación estándar de 3,5 kilos, ¿Cuál es la probabilidad de que un Boeing 707 con 82 pasajeros pese menos de 5.700 kilos?
5. Una firma de ingenieros ha estimado que el peso promedio de los adultos que vivirán en un edificio de apartamentos es de 68 kilos, con desviación estándar de 15 kilos. De acuerdo a la anterior estimación, instalarán en el edificio un ascensor para 36 personas con capacidad de 2.700 kilos; si la estimación es correcta. ¿Cuál es la probabilidad de que un cupo exacto completo exceda la capacidad del ascensor?
6. Un almacén ofrece cargos de amparadores de mercancía con un promedio de 58 cajas y desviación estándar de 16. En cada caja se pueden empacar 5 docenas de camisas, colocándole a cada una su marca distintiva. Si se toma una muestra aleatoria de 16 aspirantes a los cargos y se les somete a un día de prueba, ¿cuál es la probabilidad de que empaquen entre 50 y 70 cajas en el día?
7. El gerente de una cooperativa de ahorro y vivienda, estima que el promedio de ahorro por cliente en un mes es de \$ 52.000 con una desviación estándar de \$ 12.296. ¿Cuál es la probabilidad de que al examinar 36 cuentas, el promedio de ahorro sea mayor de \$ 63.000?
8. En un supermercado se establece que los paquetes de café de libra, tienen en promedio 1,03 libras, con una desviación típica de 0,05 libras. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar 28 paquetes (marcados como de libra) con un peso promedio superior a 1,02 libras? Inferior a 0.95 libras, entre 1.05 y 1.09 libras.
9. Se sabe por experiencia que el rendimiento promedio por hectárea, en un cultivo, es de 70 bultos y la desviación típica de 20 bultos. Si se selecciona una muestra de 36 hectáreas, ¿cuál es la probabilidad de que el rendimiento medio sea superior a 75 bultos?
10. En el último año, el peso de los recién nacidos tiene una media de 3000 gr. y desviación estándar de 140 gr. ¿Cuál será la probabilidad de que la media de una muestra de 100 recién nacidos sea superior a 3030 gr. ?
11. Una empresa eléctrica fabrica focos que tienen una duración que se distribuye aproximadamente en forma normal, con media de 800 horas y desviación estándar de 40 horas. Encuentre la probabilidad de que una muestra aleatoria de 16 focos tenga una vida promedio de menos de 775 horas.
12. El jefe de un departamento de ventas sabe que en el almacén principal, el promedio de compra por cliente es de \$ 112.000 con una desviación estándar de \$ 5.500. Si se toma una muestra de tamaño 35, ¿cuál es la probabilidad de que:
 - a. ¿La media de la muestra sea superior a \$ 113.000?
 - b. ¿Sea superior a \$ 113.200 e inferior a \$ 111.500?
13. Se supone que la estatura de los chicos de 18 años de cierta población sigue una distribución normal de media 162 cm y desviación estándar de 12 cm. Se toma una muestra al azar de 100 de estos chicos encuestados y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que esta media esté entre 159 y 165 cm?

DISTRIBUCION MUESTRAL DE PROPORCIONES

1. Se tiene que el 4 % de las piezas producidas por cierta máquina son defectuosas, ¿Cuál es la probabilidad de que en un grupo de 200 piezas, el 3 % o más sean defectuosas?
2. Un fabricante de desodorantes recibe cada semana lotes de 10.000 válvulas para los tarros rociadores. Para aceptar o rechazar dichos lotes, selecciona al azar 400 válvulas de cada lote; si el 2 % o más resultan defectuosas, se rechaza el lote. En caso contrario se acepta el lote. ¿Cuál es la probabilidad de rechazar un lote que contenga el 1 % de válvulas defectuosas?
3. En la facultad de administración de la Universidad Popular del Cesar, 1/6 de los alumnos son mujeres. Si extrae una muestra de 200 estudiantes de la facultad, ¿Cuál es la probabilidad de que el 20 % o más sean mujeres?
4. Por datos que se han tomado con anterioridad, se sabe que el 70 % de las familias que tienen teléfono no se encuentran en las horas de la tarde del día domingo. Se toma una muestra aleatoria de 36 familias del directorio telefónico y se les llama. ¿Cuál es la probabilidad de que el 50 % o más se ausenten?
5. Se ha demostrado por reclamos que se han hecho, que el 20 % de las encomiendas llegan averiadas, al utilizar una compañía de transporte intermunicipal. ¿Cuál es la probabilidad, al enviar 100 encomiendas, de que la proporción sea menor del 25 %?

La diferencia de medias muestrales y el Teorema del Límite Central. Cuando se desconoce la distribución de la variable, se pueden deducir las propiedades de la distribución de la diferencia de medias muestrales a partir del Teorema del Límite Central. Por lo tanto, si el muestreo se realiza a partir de poblaciones con distribución desconocida y el tamaño de las muestras es grande (n_1 y $n_2 \geq 30$), se aplica el teorema y la distribución de la diferencia de medias muestrales tendrá una media y una varianza igual a:

$$\mu_{(\bar{x}-\bar{y})} = \mu_{(\bar{x})} - \mu_{(\bar{y})} = \mu_{(x)} - \mu_{(y)}$$

$$\sigma^2_{(\bar{x}-\bar{y})} = \sigma^2_{(\bar{x})} + \sigma^2_{(\bar{y})} = \frac{\sigma^2_{(x)}}{n_2} + \frac{\sigma^2_{(y)}}{n_1}$$

A. DISTRIBUCIÓN DE DIFERENCIA ENTRE DOS MUESTRAS.
$$z = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sigma_{\bar{x}-\bar{y}}} = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma^2_{(x)}}{n_2} + \frac{\sigma^2_{(y)}}{n_1}}}$$

- Una muestra de tamaño 5 se obtiene aleatoriamente en una población de una variable normalmente distribuida con media igual a 50 y varianza igual a 9 y se registra la media muestral. Otra muestra aleatoria de tamaño 4 se selecciona en una segunda población de la misma variable cuya media es igual a 40 y su varianza igual a 4. Encuentre la probabilidad de que el valor de la diferencia de las medias muestrales sea menor a 8,2.
- En un estudio para comparar los pesos promedios de niños y niñas de sexto grado en una escuela primaria se usará una muestra aleatoria de 20 niños y otra de 25 niñas. Se sabe que tanto para niños como para niñas los pesos siguen una distribución normal. El promedio de los pesos de todos los niños de sexto grado de esa escuela es de 100 libras y su desviación estándar es de 14.142 libras, mientras que el promedio de los pesos de todas las niñas de sexto grado de esa escuela es de 85 libras y su desviación estándar es de 12.247 libras. ¿En cuál de la probabilidad de que el promedio de los pesos de los 20 niños sea al menos 20 libras más grande que el de las 25 niñas?
- De cada una de dos poblaciones normales e independientes con iguales medias y desviaciones estándar de 6,40 y 7,20; se extraen muestras de 64 elementos. Encontrar la probabilidad de que la diferencia entre las medias de las muestras exceda de 0,60 en valor absoluto.
- El rendimiento medio de los autos de la marca A es de 20 kilómetros por galón de gasolina, con una desviación estándar de 6 k.p.g. Las cifras comparables para los autos B son 25 y 5,5 k.p.g. Se supone que el rendimiento de cada una de ambas marcas está normalmente distribuidas. ¿Cuál es la probabilidad de que en un concurso, el rendimiento medio para 100 autos de la marca sea mayor que el de 90 autos de la marca B?
- A y B fabrican dos tipos de cables, que tiene una resistencia media a la rotura de 4.000 y 4.500 libras, con desviación típica de 300 y 200 libras, respectivamente. Si se prueban 100 cables de A y 50 de B, ¿Cuál es la probabilidad de que la media de resistencia a la rotura de A sea, al menos, 600 libras más que B?
- Dos fábricas A y B productoras de bombillas afirman que el promedio de duración de ellas es de 1.500 y 1.450 horas, respectivamente, con desviación estándar de 90 y 100 horas. Si se compran 100 bombillas de cada fábrica, ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia en duración entre las dos marcas sea mayor de 40 horas?
- Dos marcas de bombillo de alumbrado público, A y B tienen una duración promedio de 1.400 y 1.200 horas, respectivamente, y sus varianzas de 40.000 y 10.000 horas. Se extrae una muestra aleatoria de 125 por cada marca. Determina la probabilidad de que:
 - La marca A tenga una media de por lo menos 160 horas más que B.
 - La marca A tenga una vida media de por lo menos 250 horas más que B.
- El tiempo requerido para ejecutar un trabajo de ensamblaje es de 2 horas con una desviación estándar de 40 minutos y el tiempo para ejecutar otro trabajo o etapa en el ensamblaje es de una hora con cuarenta minutos, con una desviación típica de 32 minutos. Suponiendo que se distribuyen normalmente, ¿Qué porcentaje de veces será mayor el promedio del primer trabajo con relación al segundo, si se toman muestras de tamaño 28 y 30 respectivamente?
- Dada la siguiente información acerca de las vidas útiles de dos marcas de pilas de 9 voltios, marca A (horas); media =51; desviación típica =8; Marca B (horas); media =50; desviación típica =6. Si se selecciona una muestra aleatoria de 100 pilas de cada marca, a) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida útil media de la marca A sea superior a la de la marca B en 0,6 horas o más, b) Sea inferior a la de la marca B en 0,6 horas o más?
- Por experiencia se sabe que el tiempo de trabajo promedio en un artículo con los tomos existentes es de 38,6 minutos (desviación típica de 13,8). El tiempo de trabajo promedio con los nuevos tomos es de 33,5 minutos (desviación típica 14,1). Si se toman dos muestras de 18 tomos cada una, ¿Cuál es la probabilidad, al producir 900 artículos, que el promedio de diferencia de B con respecto a A, sea superior en dos minutos?

DISTRIBUCION DE DIFERENCIAS ENTRES DOS PROPORCIONES

Quando el muestreo procede de dos poblaciones binomiales y se trabaja con dos proporciones muestrales, la distribución muestral de diferencia de proporciones es aproximadamente normal para tamaños de muestra grande. Entonces p_1 y p_2 tienen distribuciones muestrales aproximadamente normales, así que su diferencia p_1-p_2 también tiene una distribución muestral aproximadamente normal.

Cuando dos muestras al azar extraídas de dos poblaciones binomiales son comparadas, una debe trabajar solo con la proporción de éxitos, no con el número de éxitos, a menos que ambas muestras sean del mismo tamaño. Por ejemplo, durante unas elecciones presidenciales, se toma una muestra de 100 electores de un estado y se encuentra que 40 están en favor del candidato A, otra muestra de 150 electores es tomada de un segundo estado y se encuentra que 50 están en favor del candidato A. Claramente, estos dos conjuntos de cifras no pueden ser evaluados, a menos que sean reducidos a proporciones. Específicamente, lo que necesitamos aquí es un modelo de probabilidades para la diferencia de dos proporciones.

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{P_1 Q_1}{n_1} + \frac{P_2 Q_2}{n_2}}}$$

1. Dos fábricas A y B, producen artículos similares. La producción de A contiene 7 % de defectuosos, y la de B contiene, 5 %. Si se extrae una muestra aleatoria de 2.000 de cada una de las producciones de las fábricas, ¿Cuál es la probabilidad de que las dos muestras revelen una diferencia en el número de los defectos del 1 % o más?
2. Se sabe que cierta marca de crema para las manos satisface el 65% del mercado. ¿Cuál es la probabilidad de que dos muestras aleatoria de 200 usuarios cada una, muestre una diferencia mayor del 10 % en las proporciones del uso de las cremas?
3. Cierta encuesta realizada en una ciudad de la costa revelan que el 25 % de los hombres y el 33 % de las mujeres escuchan cierto programa radial. ¿Cuál es la probabilidad de que en dos muestras de 150 hombres y 100 mujeres respectivamente, domiciliadas en dicha ciudad, se encuentren que la proporción de mujeres que escuchan el programa sea menor o igual a la proporción de hombres?
4. Una de las facultades de la universidad tiene 100 profesores, 60 de los cuales además del título profesional han hecho estudio de postgrado. Se extraen dos muestras, en forma independiente, de tamaño 36 cada una. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos muestras difieran en 8 o más profesores con estudios de postgrado?
5. Cierta encuesta sobre un programa de televisión revelan que el 28 % de los hombres y el 38 % de las mujeres de clase media ven dicho programa. ¿Cuál es la probabilidad de que en dos muestras aleatoria de 150 hombres y 100 mujeres respectivamente, pertenecientes a dicho estado, se encuentren que la proporción de hombres que ha visto el programa sea igual o mayor que la proporción de mujeres?
6. El 12 % de la producción de una máquina es defectuosa, mientras que en otra máquina similar es del 15 %. Si se extraen dos muestras de tamaño 80 y 100 respectivamente, ¿Cuál es la probabilidad (en cuanto al porcentaje de defectuosos):
 - a. Que las dos muestras revelen una diferencia superior al 3 %?
 - b. Qué el porcentaje en la muestra A, sea superior a la de B?
7. Se sabe que cierto producto satisface el 72% del mercado. Tomamos dos muestras (independientes) de la misma población, de tamaño 150 cada una. ¡Hallar la probabilidad de que revelen una diferencia:
 - a. Mayor del 6%?.
 - b. En la segunda muestra la diferencia sea superior en un 5%'

“Si eres inteligente sólo te queda una cosa que hacer: Demostrarlo”

Anónimo

Germán Isaac Sosa Montenegro
Junio 11 de 2016.